モラルハザードの価値評価：
強形式による定式化

中村 恒
一橋大学大学院商学研究科

平成28年度第1回一橋大学政策フォーラム
『世界金融危機と金利・為替』

一橋講堂
2016年7月21日

【問題意識】

- 最近の金融危機では、企業・金融機関の様々な形でのモラルハザード（以下MH）によるミクロ的な歪みが、市場全体で累積しマクロ的に金融の不安定化を引き起こしたことが注目される
  - 具体的なMH行動の例：Originate-To-Distribute行動、戦略的倒産、Too-Big-To-Fail問題など
  - MHのミクロ的歪みが累積し、マクロ的に投資家の限界効用（即ち価格カーネル）を変化

  $\rightarrow$ 資産価格 $p = \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[m\,x]$, m : 価格カーネル, x : ペイオフ.

【先行研究】

- よく知られているように、従来のMH研究は企業財務上のミクロ的な歪みの分析が中心
- 最近になって、金融危機の経験を背景に、MHに起因するマクロ市場不安定化の研究が急速に成長

(1) He and Krishnamurthy (2012, 2013)、Brunnermeier and Sannikov (2014)：横領（diversion）モデルでの自己資本保有制約による資産価格の歪み

   – Biais et al. (2007)、DeMarzo and Fishman (2007)、DeMarzo and Sannikov (2006) のマクロへの応用

(2) Myerson (2012)：プロジェクトの成功確率が経営者の努力水準に影響される状況でのMHのマクロ経済への影響

   – 教科書的MH（たとえばTirole (2006, Section 3.2)）やBiais et al. (2010) のマクロへの応用

【先行研究（つづき）】

(3) Ou-Yang (2005)：企業による期待生産増加（ドリフト）が努力に影響される状況でのMHのマクロ金融市場への影響

- Holmström and Milgrom (1987)、Schättler and Sung (1993) のマクロへの応用

- しかし、依然としてMHの資産価値評価式は資産価格論や金融工学の分野において十分に確立されていない
  - Misumi et al. (2015)：弱形式
  - This paper: 強形式

【目的】

- MHがマクロ金融市場で如何に資産価格を歪めるのかを強形式で定式化
  - とくに、企業の投資プロジェクトの期待生産性が企業の経営努力に依存し、しかし投資家はその努力水準を観察できないというMH状況に注目
  - 最適消費・投資問題を連続時間の確率解析の利便性を利用しながらマクロ一般均衡の枠組みで解き、資産価値評価式を構築

【結論の要約】

1．シャープ比はＭＨによって低下

2．ＭＨは無リスク金利の理論値を引き上げる

– リスクの市場価格を投資家の限界効用と逆方向に動かしリスクヘッジの役割を果たす

– リスクフリーレート・パズルを悪化させる

3．ＭＨによる実物資源の最適配分の歪みは緩和され得る

【モデル：最適化問題】

$$
\begin{aligned}
V_2(0) &= \sup_{(s,C,\beta)\in\mathcal{A}_2} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}\left[\int_0^T e^{-\delta u}\frac{C(u)^{1-\gamma}}{1-\gamma}\,\mathrm{d}u + e^{-\delta T}W(T)\right] \\
\text{s.t.}\ \ \mathrm{d}W(t) &= W(t)r(t)\,\mathrm{d}t + W(t)\beta(t)^\top\,\mathrm{d}R(t) \\
&\quad + \Big((1-s)X(t) - C(t)\Big)\,\mathrm{d}t,\ W(0)=w_0,\ X(0)=x_0, \\
\mathrm{d}R(t) &= \mu^R\,\mathrm{d}t + \sum_{j=1}^n \sigma_j^R\,\mathrm{d}B_j(t), \\
\mathrm{d}X(t) &= X(t)\Big(\Big(\mu^G + \sum_{j=1}^n \sigma_j^G\theta_j(t)\Big)\,\mathrm{d}t + \sum_{j=1}^n \sigma_j^G\,\mathrm{d}B_j(t)\Big), \\
V_1 &:= \sup_{\theta\in\mathcal{A}_1} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\int_0^T e^{-\delta u}a\log(sX(u))\,\mathrm{d}u] - \Gamma(\theta) \\
&= \log\mathbb{E}^{\mathbb{Q}^*}\left[e^{\int_0^T e^{-\delta u}a\log(sX(u))\,\mathrm{d}u}\right] \geq \rho.
\end{aligned}
$$

where $\frac{\mathrm{d}\mathbb{P}}{\mathrm{d}\mathbb{Q}^*} := e^{-V_1}e^{\int_0^T e^{-\delta u}a\log(sX(u))\,\mathrm{d}u}$, $\Gamma(\theta) := \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\frac{1}{2}\int_0^T\sum_{j=1}^n(\theta_j(t))^2\,\mathrm{d}t]$.

【均衡の定義】

- 投資家、企業が最適化している
- 財市場、金融市場が清算されている

【均衡資産価格の特徴】

- シャープ比 $\mu^R = \sigma^R \left\{ \theta^* + (\sigma^G)^\top \left(\gamma - a\frac{e^{-\delta t} - e^{-\delta T}}{\delta} \right) \right\}$

- 無リスク金利、リスクの市場価格

$$
\begin{aligned}
r(t) &= r^s + \left(\gamma a \frac{e^{-\delta t} - e^{-\delta T}}{\delta} \right) \sum_{j=1}^{n} (\sigma_j^G)^2 \\
&= \delta + \gamma \mu^G + \left(\gamma a \frac{e^{-\delta t} - e^{-\delta T}}{\delta} - \frac{\gamma(\gamma+1)}{2} \right) \sum_{j=1}^{n} (\sigma_j^G)^2, \\
\eta_j(t) &= \eta_j^s - a \frac{e^{-\delta t} - e^{-\delta T}}{\delta} \sigma_j^G \\
&= \left(\gamma - a \frac{e^{-\delta t} - e^{-\delta T}}{\delta} \right) \sigma_j^G \quad \text{for } j = 1, \cdots, n
\end{aligned}
$$

【最後に：今後の課題】

- 効用関数をより一般化：再帰型、習慣形成、不確実性（曖昧性）回避など
- 最適契約型の一般化
- 現実への応用

ご清聴有難うございました。